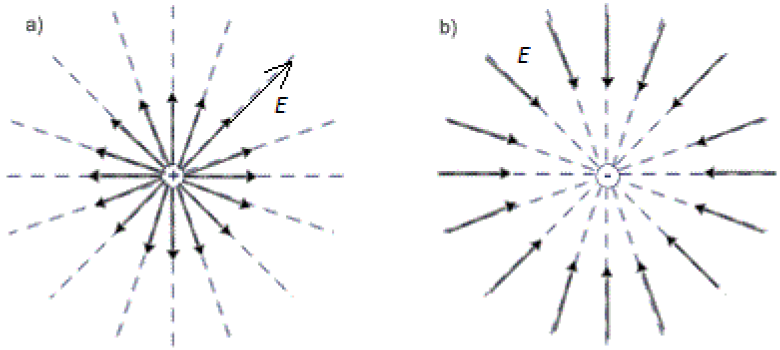
EGZAMIN FIZYKA 2017

1. Obliczanie $\vec{E}$ i $\vec{D}$ dla pola elektrostatycznego metodą superpozycji. Przykłady.



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot \vec{r}$$

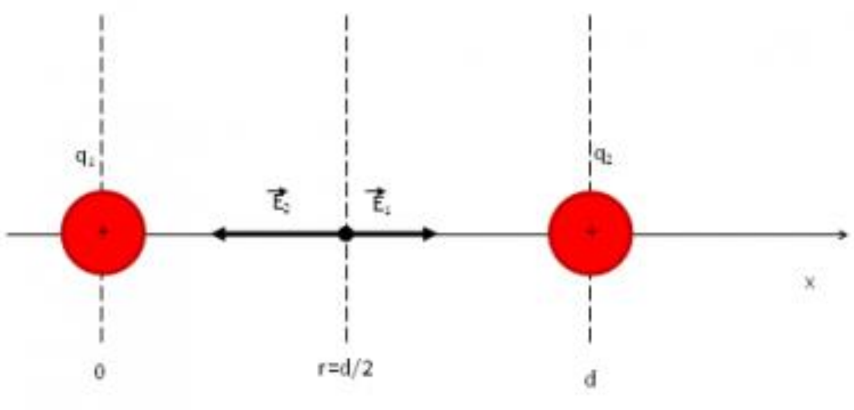
Jeśli pole elektrostatyczne wytworzone jest przez układ ładunków $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, to natężenie pola wypadkowego jest równe sumie wektorowej natężeń pól wytworzonych przez każdy z tych ładunków:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{(|r_0 - r_i|)^3} \cdot (\vec{r_0} - \vec{r_i})$$

, gdzie r_0- promień wodzący punktu, w którym wyznaczamy natężenie pola, r_i - promień wodzący ładunku Q_i

Przykład:

Dwa ładunki o wartościach q_1 = 2C i q_2 = 3C znajdują się w próżni w odległości d = 1m. Ile wynosi wypadkowe natężenie pola w punkcie leżącym pośrodku tych ładunków?



$E_w = E_1 - E_2$

Natężenia odpowiednich pól są równe:

$$E_1 = k_0 \frac{q_1}{r^2} = \frac{k_0 q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4k_0 q_1}{d^2}$$

$$E_2 = k_0 \frac{q_2}{r^2} = \frac{k_0 q_2}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{4k_0 q_2}{d^2}$$

, więc wypadkowe pole można wyrazić następująco:

$$E_w = \frac{4k_0 q_1}{d^2} - \frac{4k_0 q_2}{d^2} = \frac{4k_0}{d^2}(q_1 - q_2)$$

$$E_w = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Nm2}{C^2}}{1m^2}(2C - 3C) = -36 \cdot 10^9 \frac{N}{C}$$

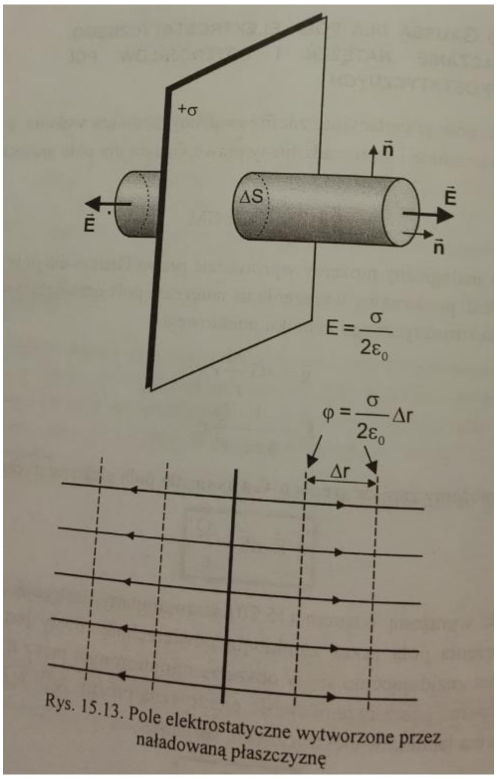
Znak minus oznacza, że wypadkowe **natężenie pola** jest skierowane przeciwnie do kierunku osi x.

$$\emptyset = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_S (\overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}) \cdot d\vec{S} = \oint_S \overrightarrow{E_1} \cdot d\vec{S} + \oint_S \overrightarrow{E_2} \cdot d\vec{S}$$

$$\emptyset = \frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} = \frac{(Q_1 + Q_{2)}}{\varepsilon_0}$$

2. Obliczanie $\vec{E}$ i $\vec{D}$ dla pola elektrostatycznego w oparciu o tw. Ostrogradzkiego – Gaussa. Przykłady.

Rozważmy nieskończenie dużą płaszczyznę naładowaną ze stałą gęstością powierzchniową ładunku σ.



Rys. 15.13. Pole elektrostatyczne wytworzone przez naładowaną płaszczyznę

$$\emptyset = \oint \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \vec{E}\cdot\vec{S} = E\cdot s_b\cdot cos90° + E\cdot 2s_b\cdot cos0° = E\cdot 2s_b$$

$$Q = \sigma s_b$$

$$2Es_b = \frac{\sigma s_b}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

3. Sens fizyczny pojemności elektrycznej.

W stanie równowagi ładunki znajdujące się na powierzchni przewodnika nie będą sie przemieszczać, a więc powierzchnia przewodnika jest powierzchnią ekwipotencjalną - ma stały potencjał. Ten sam potencjał ma wnętrze przewodnika. Potencjał ten jest wprost proporcjonalny do ładunku zgromadzonego na przewodniku. Stąd pojemność jest to stosunek ładunku zgromadzonego na przewodniku do potencjału przewodnika:

$$C = \frac{q}{\varphi}\ \left[1F = 1\frac{C}{V}\right]$$

Pojemność elektryczna zależy jedynie od geometrii przewodnika i środowiska w którym ten przewodnik się znajduje:

$$\sigma = \frac{dq}{dS}\ \rightarrow\ dq = \sigma dS = k(x,y,z)qdS$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\cdot\frac{q}{r}$$

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\cdot\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\cdot\frac{kqdS}{r}$$

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\cdot\oint\frac{kdS}{r}$$

$$C = \frac{q}{\varphi} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0}{\oint\frac{kdS}{r}}, k = k(x,y,z)$$

4. Energia pola elektrostatycznego.

Załóżmy, że na pow. przewodnika o pojemności C znajduje się ładunek Q, potencjał przewodnika wynosi wówczas $\varphi = \frac{Q}{C}$. Aby przenieść bardzo mały ładunek dQ z nieskończoności do przewodnika należy wykonać prace:

$$dW_e = \varphi dQ = C\varphi d\varphi$$

Naładowanie przewodnika od potencjału równego zeru do potencjału φ wymaga wykonania pracy:

$$W_e = C\int_0^{\varphi}\varphi d\varphi = C\frac{\varphi^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\varphi$$

Jednocześnie:

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$$

Wobec tego energia naładowanego kondensatora:

$$W_e = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}(Ed) = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E^2 V$$

,gdzie $V = Sd$

Można powiedzieć, że energia naładowanego ciała jest energią pola elektrycznego. Energię przypadającą na jednostkę objętości nazywamy **gęstością energii pola elektrycznego:**

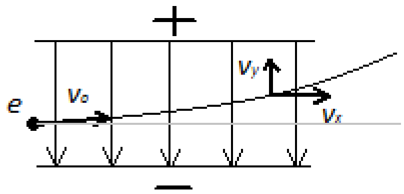
$$W_e = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E^2$$

Dla pola niejednorodnego:

$$dW \quad = \frac{1}{2}\epsilon\epsilon_0 E^2 dV$$

$$W = \frac{1}{2}\epsilon_0 \int_V \epsilon E^2 dV$$

5. Ruch naładowanych cząstek w polu elektrycznym.



$$V_x = V_0 \qquad V_y = at$$

$$x = V_0 t \qquad y = \frac{at^2}{2}$$

$$\begin{cases} h = \frac{at^2}{2} \\ L = V_0 t \end{cases}$$

$$h = \frac{a}{2}\frac{L^2}{V_0^2}$$

$$h = \frac{e}{2m}E\frac{L^2}{V_0^2} = \frac{e}{2m}\frac{V}{d}\frac{L^2}{V_0^2}$$

Siły działające na ładunek w polu:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

6. Przewodnictwo elektryczne metali.

Jeżeli w jakimś materiale występują ładunki, które mogą sie przemieszczać w sposób uporządkowany, to powiemy, że zachodzi zjawisko przewodnictwa elektrycznego. Uporządkowany ruch zachodzi pod wpływem pola elektrycznego. Lecz zakłada się w ogólności za ruch chaotyczny. Z punktu widzenia budowy metali taki ładunek posiada: wewnątrz metalu istnieją tzw. **elektrony swobodne**, które w obecności metalu traktujemy jako gaz elektronowy jednoatomowy.

Ładunkiem przewodnictwa są elektrony w metalu. Jeśli gaz elektronowy potraktujemy jako doskonały, to można przedstawić tzw. klasyczną teorie przewodnictwa.

Ruch termiczny opisany jest równaniem:

$$\frac{m\vec{v}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$$

Przykładając do tego gazu w przewodniku potencjał następuje ruch uporządkowany
Miarą tego ruchu jest $I = \frac{q}{t}$ lub $I = \frac{dq}{dt}$

7. Dielektryki w polu. Wielkości charakterystyczne dla polaryzacji.

Załóżmy, że wektor E jest prostopadły do płaszczyzny orbity elektronu. Pod wpływem zewnętrznego pola orbita elektronu ulega przesunięciu wzdłuż linii sił pola, natomiast jądro pozostaje nieruchome. Przesunięcie elektronu trwa tak długo, aż składowe siły kolumba w kierunku zewnętrznego pola zostaną zrównoważone przez siłę eE

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0(r^2 + \Delta x^2)} \cdot \frac{\Delta x}{\sqrt{r^2 + \Delta x}} = eE$$

zał $E \ll E_i$, to $\Delta x \ll r$, więc $E = \frac{e\Delta x}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$
gdzie, $e\Delta x = p$, wyindukowany moment dipolowy

$$P_e = 4\pi\varepsilon_0 r^3 E$$

Wielkość $\alpha = 4\pi\varepsilon_0 r^3$ nosi nazwę współczynnika polaryzowalności elektronowej atomu. Jednostka [F*m^2]
Moment dipolowy jest wektorem polaryzacji, czyli $\vec{P} = n\vec{p}$, to koncentracja momentów dipolowych.

$$\vec{P} = n\alpha\vec{E} = X\varepsilon_0\vec{E}$$

X- podatność dielektryczna

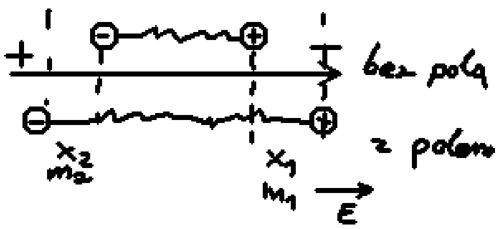
8. Dielektryki w polu. Polaryzacja elektronowa.

Polaryzacja elektronowa - przesunięcie elektronów względem jądra. Pod wpływem zewnętrznego pola następuje w atomach przesunięcie ujemnych elektronów względem dodatnio naładowanego jądra, czyli wyindukowanie momentu dipolowego.

$$\overrightarrow{P_e} = \alpha_e\vec{E}$$
$$\alpha_e - polaryzowalność\ dielektryka$$

9. Dielektryki w polu. Polaryzacja jonowa.

Polaryzacja jonowa - przesunięcie się jonów na zewnętrznych polach. Występuje w kryształach jonowych.



Względne przesunięcie - $\Delta x = x_2 - x_1$ W stanie równowagi - $\beta \Delta x = qE$

$$\omega_{0j} = \sqrt{2\beta \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}$$

$$X_j = \frac{n_0 \alpha_j}{\varepsilon_0}$$

10. Dielektryki w polu. Polaryzacja orientacji.

Polaryzacja orientacji występuje w dielektrykach polarnych w skutek ruchów termicznych molekuł, momenty dipolowe poszczególnych molekuł są ustawione chaotycznie. Pod wpływem działania zewnętrznego pola następuje częściowe uporządkowanie trwałych momentów dipolowych.

$$\vec{p} = \frac{p}{n} \int cos\alpha dn$$

$$dn = Ae^{-\frac{U}{kT}} dU$$

$$dU = pEsin\alpha d\alpha$$

$$\vec{p} = \frac{p^2 E}{2kt + sin\frac{E}{kT}} \int e^{\frac{pE}{kT}cosV - cosVsinV} = p\left(Ctgh\frac{pE}{kT} - \frac{kT}{pE}\right)$$

11. Pole magnetyczne. Wielkości opisujące to pole. Podstawowe definicje.

$$\frac{F_m}{F_e} = \frac{V^2}{c^2}$$

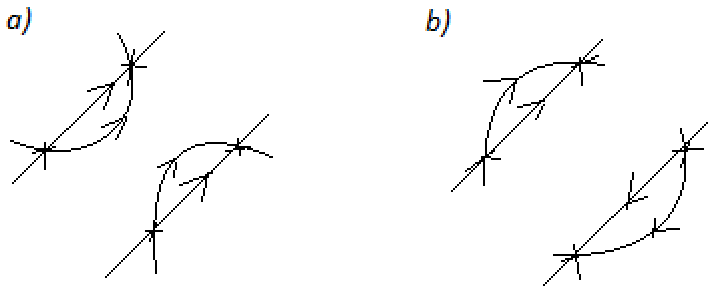
Jeżeli w przewodniku płynie prąd i ładunki elektryczne są skompresowane i nie występują siły elektryczne, wtedy bierzemy pod uwagę tylko siły magnetyczne.
Występuje zależność $I = e_n vs$, $e_n -$ $koncentracja\ elektronów$, $vs - pole\ przekr\ poprzecznego$
Przewodnik z prądem wytwarza pole magnetyczne. Na poruszający się ładunek umieszczony w tym polu działa siła Lorenza, której wartość wynosi : $F = qVBsin(\vec{V}, \vec{B})$ $lub\ wektorowo$ $\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$
B to indukcja magnetyczna, charakteryzuje siły działające w polu magnetycznym (współczynnik proporcjonalności między F i iloczynem qV)

$$B = \frac{I}{2\pi r \varepsilon_0 c^2}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0 c} - \ przenikalnosc\ magn\ prózni\ \mu_0$$

Źródła pola magnetycznego: poruszające się ładunki, cząstki elementarne(prądy atomowe), magnesy stałe, obwody z prądem elektrycznym(elekromagnesy)

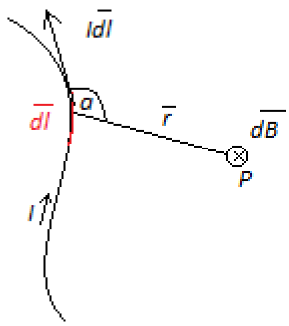
12. Istota magnetyzmu.



a) prądy płyną w tą samą stronę - przyciągają się
b) odpychają się
Da się to wytłumaczyć tylko w ten sposób, że wokół tych przewodów występuje inne pole niż grawitacyjne i elektryczne w którym działają siły. To pole nazwane zostało magnetycznym, a siły siłami magnetycznymi. Dodatkowo mamy informacje, że ładunki w przewodnikach poruszają się, więc odpychanie i przyciąganie zależy od kierunku ruchu nośników prądu.

13. Prawo Biota – Savarta – zastosowania.

Określa pole magnetyczne liniowego prądu stałego. Pozwala określić w dowolnym punkcie przestrzeni indukcję pola magnetycznego, której źródłem jest element przewodnika przez który płynie prąd elektryczny.

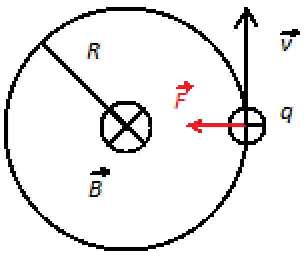


$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\overrightarrow{dl} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idlsin \propto}{r^2} \rightarrow od\ fragmentu\ przewodnika\ \overrightarrow{dl}$$

Prawo Biote'a Savarta ukazuje swoją przydatność gdy chcemy wyznaczyć pole od różnie ustawionych przewodników. Za jego pomocą (posługując się całkowaniem) można np. wyprowadzić prawo Ampere'a, wyznaczyć wartość pola magnetycznego w środku pętli z prądem, czy też wewnątrz solenoidu.

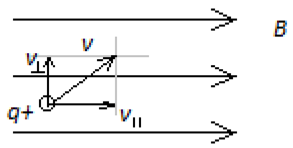
14. Ruch naładowanych cząstek w polu magnetycznym.

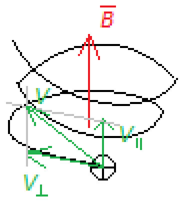


$$\vec{v} \perp \vec{B} \rightarrow \quad ruch\ cząstki\ po\ okręgu$$

$$F = qvB = \frac{mv^2}{R}$$

,stąd: prędkość cząstki $v = \frac{qBR}{m}$, pęd cząstki $p = mv = qBR$, promień krzywizny toru cząstki $R = \frac{mv}{qB}$
okres $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi mv}{vqB} = \frac{2\pi m}{qB}$
$\vec{F}$ zawsze $\perp$ do $\vec{v}\ i\ \vec{B}$. siła F może zakrzywić tor ruchu cząstki, nie zmienia v.

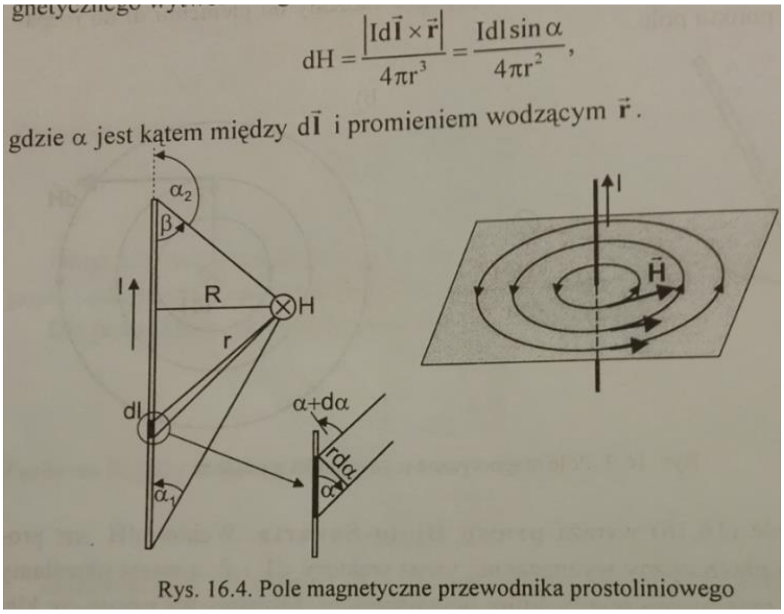




$$\vec{v} = \overrightarrow{v_{\parallel}} + \overrightarrow{v_{\perp}}$$

15. Pole magnetyczne dla różnego kształtu przewodników z prądem i obwodów.

Pole magnetyczne przewodnika prostoliniowego:



$$dH = \frac{|Id\vec{l} \times \vec{r}|}{4\pi r^3} = \frac{Idl \sin\alpha}{4\pi r^2},$$

gdzie α jest kątem między $d\vec{l}$ i promieniem wodzącym $\vec{r}$.

Rys. 16.4. Pole magnetyczne przewodnika prostoliniowego

$$r = \frac{R}{sin \propto}$$

$$dl = \frac{rd \propto}{sin \propto} = \frac{Rd \propto}{\sin^2 \propto}$$

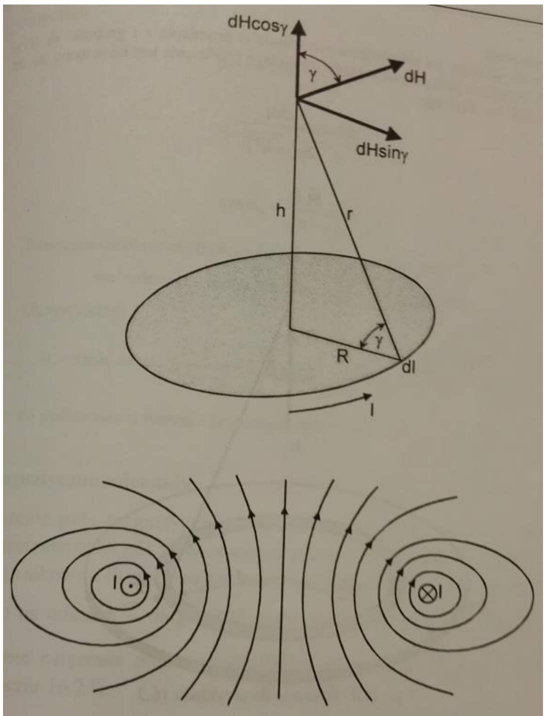
$$dH = \frac{I}{4\pi R} sin\alpha d\alpha$$

$$H = \frac{I}{4\pi R}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} sin\alpha d\alpha = \frac{I}{4\pi R}(cos\,\alpha_1 - cos\alpha_2)$$

Dla przewodnika nieskończenie długiego, $\alpha_1 = 0 \quad \alpha_2 = \pi$ co daje:

$$H = \frac{1}{2\pi R}$$

Pole magnetyczne przewodnika kołowego:



Rys. 16.6. Pole magnetyczne przewodnika kołowego

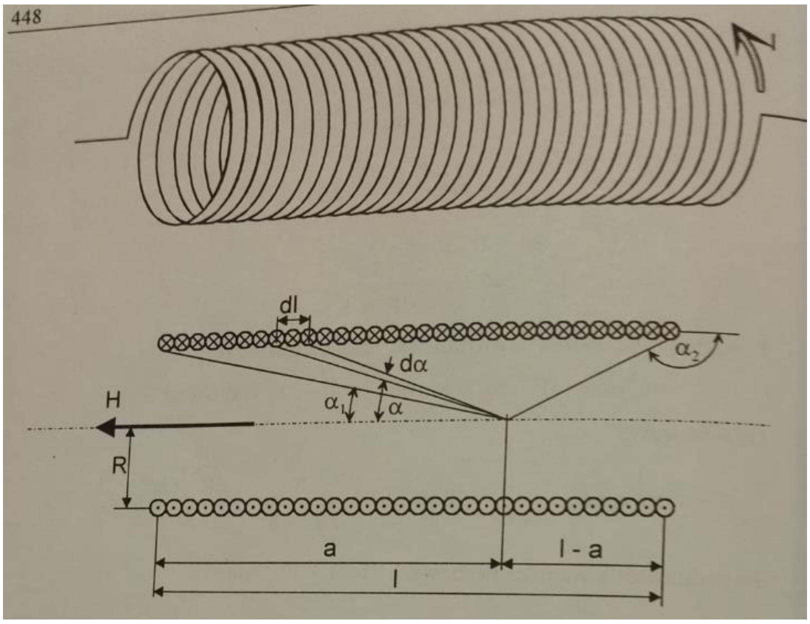
$$dH = \frac{Idl\sin 90°}{4\pi r^2} = \frac{Idl}{4\pi(R^2 + h^2)}$$

$$H = \int dH\cos\gamma = \frac{I}{4\pi(R^2 + h^2)}\frac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{IR^2}{2(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}$$

W środku okręgu:

$$H = \frac{I}{2R}$$

Pole magnetyczne solenoidu:



$$dH = \frac{NI}{2l}\frac{R^2}{r^3}dl$$

$$r = \frac{R}{sin\alpha}$$

$$dl = \frac{r}{sin\alpha}d\alpha = \frac{R}{\sin^2\alpha}d\alpha$$

$$dH = \frac{NI}{2l}\frac{R^2\sin^3\alpha}{R^3}\frac{Rd\alpha}{\sin^2\alpha} = \frac{NI}{2l}sin\alpha d\alpha$$

$$H = \frac{NI}{2l}(cos\alpha_1 - cos\alpha_2)$$

$$cos\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

$$cos\alpha_2 = -\cos(\pi - \alpha_2) = -\frac{1 - a}{\sqrt{R^2 + (1 - a)^2}}$$

$$H = \frac{NI}{2l}\left[\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{1 - a}{\sqrt{R^2 + (1 - a)^2}}\right]$$

Dla bardzo długiego solenoidu $R \ll l, to\ wzór$:

$$H = \frac{NI}{l}$$

16. Zjawisko indukcji elektromagnetycznej.

Rozważmy przewodnik poruszający się z prędkością v w stałym jednorodnym polu magnetycznym o indukcji B. Pod wpływem działania siły Lorentza elektrony przemieszczają się wzdłuż przewodnika, co powoduje, że jeden koniec przewodnika ładuje się dodatnio, drugi ujemnie. W przewodniku powstaje zatem pole elektryczne. Przemieszczanie elektronów trwa tak długo, aż siła działająca na elektrony od pola elektrostatycznego zrównoważy siłę Lorentza.

$$e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} = 0$$
$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

Powstaje na końcach siła elektrodynamiczna

$$\varepsilon = \int_l \vec{E} dl$$

$$\varepsilon = \int_l (-\vec{v} \times \vec{B}) dl$$

Tożsamość wektora $\varepsilon = -\int_l \ (\vec{v} \times dl)\vec{B}$

$$\overrightarrow{ds} = \overrightarrow{dl} \times \overrightarrow{dr}$$
$$\frac{\overrightarrow{ds}}{dt} = dl \times \frac{\overrightarrow{dr}}{dt} = dl \times \vec{v}$$
$$\varepsilon = -\int_l \frac{\overrightarrow{ds}}{dt}\vec{B}$$
$$\varepsilon = -\int_l \frac{\overrightarrow{d\emptyset}}{dt}$$

17. Zjawisko samoindukcji. Sens fizyczny indukcyjności.

Dookoła każdego przewodnika z prądem istnieje pole magnetyczne. Własne pole magnetyczne wytwarza strumień magnetyczny $\emptyset_m$

$$\emptyset_m = \int_s B_m ds$$
$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{I}{r^3}(\overrightarrow{dl} \times \vec{r})$$
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_l \frac{(\overrightarrow{dl} \times \vec{r})}{r^3}\mu$$
$$\emptyset_m = \int_s \frac{\mu_0 I}{4\pi}\left\{\int_l \frac{\mu}{r^3}(\overrightarrow{dl} \times \vec{r})\right\} ds$$
$$\emptyset_m = LI$$

lub

$$\emptyset_m = I\frac{\mu_0}{4\pi}\int_s ds \int \frac{\mu}{r^3}(\overrightarrow{dl} \times \vec{r})$$

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_s ds \int \frac{\mu}{r^3}(\overrightarrow{dl} \times \vec{r})$$

Indukcyjność obwodu zależy wyłącznie od jego geometrycznego kształtu i ----------------- a także środowiska w którym obwód się znajduje. Np. dla długiego solenoidu:

$$L = \frac{\emptyset_m}{I} = \frac{N\acute{\emptyset}_m}{I}$$

$$\acute{\emptyset}_m \acute{=} BS$$

$$B = \mu\mu_0 nI \;\rightarrow\; n = \frac{N}{l} \;\rightarrow B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l}$$

wtedy:

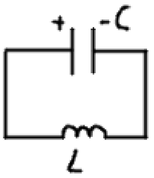
$$L = \frac{NBS}{I} = \frac{NS}{I}\cdot\frac{\mu\mu_0 NI}{l} = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} = \mu\mu_0 n^2 V$$

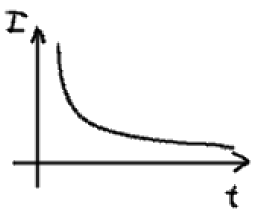
wprowadzając $\emptyset_m = LI$ do wzoru $\epsilon_{ind} = -\frac{d\emptyset_m}{dt}$:

$$\epsilon_{ind} = -L\frac{dI}{dt}$$

18. Drgania elektromagnetyczne.

Drgania niegasnące





$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

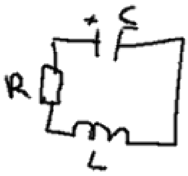
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{\delta I}{\delta t} \qquad C = \frac{q}{u}$$

$$-L\frac{dI}{\delta t} = \frac{q}{c} \to \frac{dI}{dt} + \frac{q}{LC} = 0, \quad I = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}\cdot q = 0 \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$$

Drgania tłumione



$$I\cdot R = -L\frac{dI}{dt} - \frac{q}{C}$$

$$L\frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0$$

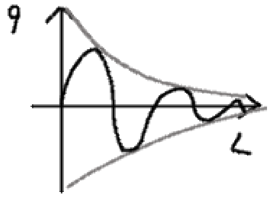
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{dq}{dt}\underbrace{\frac{R}{L}}_{2\beta} + \underbrace{\frac{q}{LC}}_{\omega_0^2} = 0$$

$$q = q_0 e^{-\beta t}\cdot \sin(\omega t - \varphi)$$

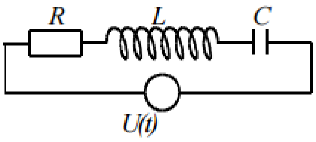
$$\omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$



Drgania wymuszone



$$U(t) = U_0 \sin \omega t$$

$U_L + U_R + U_C = U_0 \sin\omega t$, czyli :

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = U_0 \sin\omega t \quad . \qquad \frac{dq}{dt} = i \qquad \frac{R}{2L} = \beta \qquad \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_0}{L}\sin\omega t \, .$$

$$q(t) = q_0 \sin(\omega t - \phi)$$

19. Fale elektromagnetyczne. Własności.

Na podstawie równań Maxwella w postaci różniczkowej

$$div\vec{D} = \rho$$
$$div\vec{B} = 0$$
$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

wyprowadzamy równanie falowe dla fali elektromagnetycznej. Rozważania ograniczymy do próżni, to znaczy przyjmiemy, że $\varepsilon = \mu = 1, \rho = 0, \vec{J} = 0$. W takich warunkach równania Maxwella przyjmują postać:

$$div\vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$
$$div\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$
$$rot\vec{E} = \vec{\nabla} x\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$
$$rot\vec{H} = \vec{\nabla} x\vec{E} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

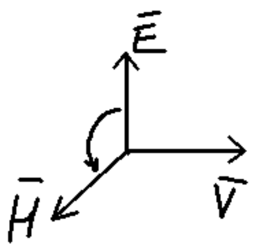
Fale radiowe powyżej $1m$, mikrofale $1mm - 1m$, podczerwień $700nm - 1mm$, światło widzialne $380nm - 700nm$, ultrafiolet $10nm - 380nm$, promieniowanie X $5pm - 10nm$

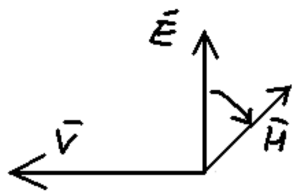
Fale elektromagnetyczne, to impulsy elektromagnetyczne, które rozchodzą się zarówno w ośrodkach materialnych, jak i w próżni.

Fale elektromagnetyczne występują w przyrodzie, jak również są wytwarzane w różnych urządzeniach zbudowanych przez człowieka. Natura tych fal, niezależnie od ich długości, jest taka sama. Fale te mają różne własności fizyczne, gdyż znacznie różnią się długościami.

Fala elektromagnetyczna jest falą poprzeczną.

Wektory $\vec{E}$ i $\vec{H}$ zawsze są w jednakowej fazie





$$\vec{V} = \frac{v}{EH}\vec{E} \times \vec{H}$$

20. Własności magnetyczne materii. Diamagnetyki.

W przyrodzie występują materiały dla których własne momenty magnetyczne $\overrightarrow{p_m} = 0$, $\sum \overrightarrow{p_{mi}} = \vec{P} = 0$. Nazywamy je diamagnetykami. Po wprowadzeniu do pola magnetycznego pojawia się $\Delta\overrightarrow{P_m}$ skierowany przeciwnie do $\vec{H}$.
Dla charakterystyki tego materiału wprowadzamy

$$\vec{M} = \lim_{V\to 0}\left(\frac{1}{V}\sum \overrightarrow{P_{mi}}\right)$$

ale również można napisać

$$\vec{M} = \frac{n\Delta\overrightarrow{P_m}}{V}$$

$\vec{M} = n_0\Delta\overrightarrow{P_m}$ $\qquad$ $n_0 = \frac{N}{V}$ - koncentracja

$\vec{M}$ - wektor namagnesowania

$$\vec{M} = X_m\vec{H}$$

$$X_m - \mathit{podatność\ magnetyczna},\ \ X_m < 0,\ \ X \approx 10^{-6}$$

21. Własności magnetyczne materii. Paramagnetyki.

Jeżeli $\overrightarrow{p_m} \neq 0$, to substancja składająca się z takich atomów jest paramagnetykiem. Pole magnetyczne zewnętrzne działa na te atomy i dochodzi do częściowego uporządkowania momentów magnetycznych poszczególnych atomów i powstania wypadkowego momentu magnetycznego w kierunku pola zewnętrznego. Tak więc indukowany przez pole moment magnetyczny jest skierowany równolegle do pola, a co za tym idzie $X_m > 0$.

$$X_m = \frac{C}{T}$$

C - stała Curie $\qquad$ $C = \frac{\mu_0 N_A {p_m}^2}{3k}$

$$M = \frac{n_0 {p_m}^2 B}{3kT}$$

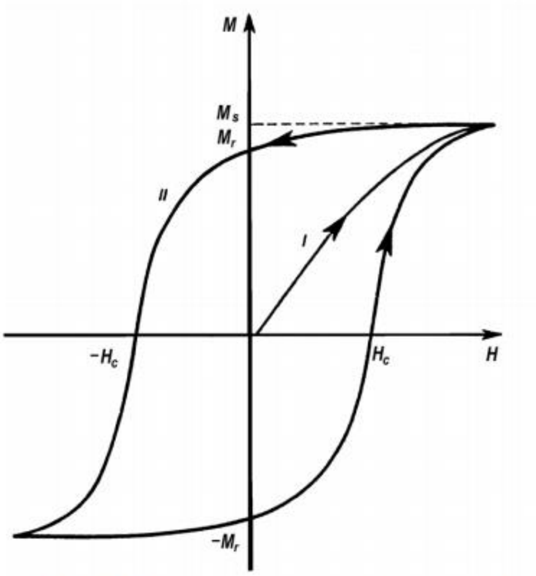
$$X_m = \frac{\mu_0 N_A {p_m}^2}{3kT}$$

22. Własności magnetyczne materii. Ferromagnetyki.

Materiały o μ, X_m bardzo dużym posiadają pole magnetyczne wewnętrzne bardzo duże (pola własne).
W obecności pola zewnętrznego:

$$\vec{B} = \overrightarrow{B_o} + \overrightarrow{B_{zew}}$$

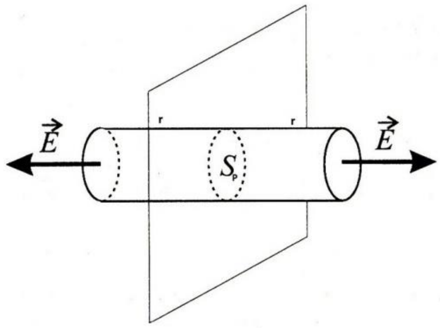
$$\overrightarrow{B_o} = \mu_0\vec{H}$$



Rys. 2. Pętla histerezy magnetycznej ferromagnetyka.

$$X_m \approx 1\frac{m^3}{mol}$$

23. Wyprowadzić wzór na pojemność kondensatora płaskiego.



$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = 2\int_{S_p} E(r)\cos 0^\circ dS + \int_{S_b} E(r)\cos 90^\circ dS$$

$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = 2E(r)\int_{S_p} dS = 2E(r)S_p$$

$$2E(r)S_p = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\sigma = \frac{dQ}{dS}$$

$$Q = \sigma\int_{S_p} dS = \sigma S_p$$

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$U_{ab} = -\int_0^d \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r} dx$$

$$U_{ab} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_0^d dx = -\frac{\sigma d}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$Q = \sigma S_p$$

$$C = \frac{Q}{|U_{ab}|}$$

$$C = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{S_p}{d}$$

24. Wyprowadzić wzór na pojemność kondensatora kulistego

Kondensator kulisty traktujemy jako dwie współśrodkowe kule o promieniach $R_1\ i\ R_2$ $(R_1 < R_2)$. Kulę wewnętrzną ładujemy ładunkiem ujemnym Q. Wtedy pole między powierzchniami kulistymi będzie równe $E = -\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$. Różnica potencjałów kuli zewnętrznej względem wewnętrznej z definicji jest równa:

$$U_{12} = -\int_{R_1}^{R_2} Edr = -\int_{R_1}^{R_2}\left(-\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}\right)dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\left(\frac{1}{r^2}\right)dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\left(\frac{1}{r}\Big|_{R_1}^{R_2}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$
$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon\epsilon_0}\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

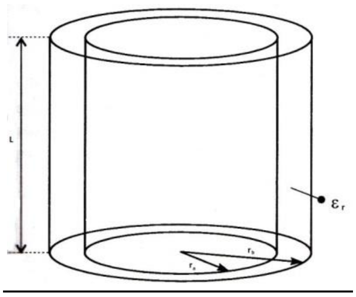
Pojemność kondensatora kulistego jest więc równa:

$$C = \frac{Q}{|U_{12}|} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Jeżeli $R_2 \to \infty$, to

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot R_1$$

25. Wyprowadzić wzór na pojemność kondensatora cylindrycznego.



$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$$

$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = \int_{S_b} E(r)\,dS$$

$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = 2\int_{S_p} E(r)\cos 90^\circ dS + \int_{S_b} E(r)\cos 0^\circ dS$$

$$S_b = \int_{S_b} dS = 2\pi rL$$

$$\oint_S \vec{E}(r)\cdot d\vec{S} = E(r)2\pi rL$$

A więc prawo Gaussa wygląda na tym etapie następująco:

$$E(r)2\pi rL = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r} \qquad \eta = \frac{dQ}{dL}$$

$$Q = \eta\int dL = \eta L$$

$$E(r) = \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$$

$$U_{ab} = -\int_{r_a}^{r_b} E(r)\,dr$$

Jeżeli teraz połączymy dwa powyższe wzory to otrzymamy:

$$U_{ab} = -\int_{r_a}^{r_b}\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}dr$$

Wartości stałe wyciągamy przed znak całki otrzymując:

$$U_{ab} = -\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r}$$

$$U_{ab} = -\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\ln r\Big|_{r_a}^{r_b}\right) = -\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\ln r_b - \ln r_a)$$

Warto w tym momencie przypomnieć dwa wzory:

$$C = \frac{Q}{|U_{ab}|}$$

oraz:

$$Q = \eta L \qquad C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\frac{r_b}{r_a}}$$

26. Udowodnić, że $E_{ind} = -\left(\frac{d\emptyset_m}{dt}\right)$

Rozważmy obwód z ruchomym prostoliniowym odcinkiem o długości **l** poruszającym się z prędkością **v**. Zakładamy, że obwód znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji **B**, skierowanym prostopadle do płaszczyzny obwodu i do wektora prędkości **v** jego ruchomego odcinka.

Na ładunek **q** znajdujący się w niewielkiej części ruchomego odcinka działa siła Lorenza powodująca przemieszczanie się ładunków wzdłuż przewodnika tak długo, aż powstające pole elektryczne ją zrównoważy.

$$qvB = qE \rightarrow E = vB$$

$$\varepsilon_{ind} = El = lvB = Bl\frac{dx}{dt} = -B\frac{dS}{dt} = -\left(\frac{d\emptyset_m}{dt}\right)$$

27. Obliczyć prędkość światła w próżni oraz w środowisku o $\varepsilon = 7$ oraz $1 - \mu = 12{,}6 \cdot 10^{-6}$

$\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{C^2}{N \cdot m^2}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{V \cdot s}{A \cdot m}$

$$div\vec{D} = 0 \qquad (1)$$

$$div\vec{B} = 0 \qquad (2)$$

$$rot\vec{E} = -\mu_0\frac{d\vec{H}}{dt} \qquad (3)$$

$$rot\vec{H} = -\mu_0\frac{d\vec{E}}{dt} \qquad (4)$$

$$rotrot\vec{E} = -\mu_0\frac{d\vec{H}}{dt} = -\mu_0\frac{d}{dt}\left(rot\vec{H}\right)$$

$$rotrot\vec{E} = -\mu_0\frac{d}{dt}\left(\epsilon_0\frac{\overline{d\vec{E}}}{dt}\right) = -\mu_0\epsilon_0\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$graddiv\vec{E} - \nabla^2\vec{\mathrm{E}} = -\mu_0\epsilon_0\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$graddiv\vec{E} = 0$$

$$-\nabla^2\vec{\mathrm{E}} = -\mu_0\epsilon_0\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\vec{E}}{dt^2}$$

Stąd prędkość światła w próżni:

$$\frac{1}{v^2} = \epsilon_0\mu_0 \quad \rightarrow \quad v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}$$

Prędkość światła w dowolnym materiale przeźroczystym:

$$\frac{1}{v^2} = \epsilon\epsilon_0\mu\mu_0 \quad \rightarrow \quad v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

28. Równania Maxwella.

Równania Maxwella:

1) Prawo Gaussa dla pola elektrycznego

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

2) Prawo Gaussa dla pola magnetycznego

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

3)Prawo indukcji elektromagnetycznej

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

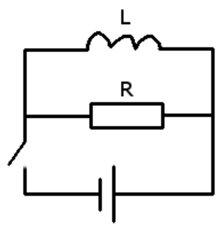
4)Prawo Ampere'a

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{przew} + \oint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Równania Maxwella w postaci różniczkowej:

$$div\vec{D} = \rho$$
$$div\vec{B} = 0$$
$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$rot\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

29. Energia pola magnetycznego.



Jeżeli otworzymy obwód elektryczny, to prąd stopniowo zanika:

$$dW = \epsilon_s I dt = -\frac{d\theta_m}{dt} I dt = -I d\theta_m$$

Ale również:

$$d\theta_m = L dI$$

$$dW = -IL dI \ \rightarrow \ W = -L\int_I^0 I dI = \frac{LI^2}{2}$$

Dla solenoidu:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V \qquad\qquad H = nI$$

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V}{2}\frac{H^2}{n^2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V \ \rightarrow \ w = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$